Université des Lagunes

Prof DIABY Moustapha
Dr TUO David

TD1 PROGRAMMATION LINEAIRE

EXERCICE 1 (Modélisation)

Trois centrales électriques avec une capacité respectivement de 25, 40 et 30 millions de kWh fournissent l'électricité de trois villes. La demande maximale de chacune des trois villes est respectivement estimée à 30, 35 et 25 millions de kWh. Le prix du million de kWh dans les trois villes est donné dans la table ci-dessous.

		Villes		
		1	2	3
USINES	1	600	700	400
	2	320	300	350
	3	500	480	450

Formuler le problème comme un modèle de transport.

EXERCICE 2 (Modélisation)

Le gérant d'un hôtel doit renouveler son linge de toilette. Il a besoin de :
90 draps de bain, 240 serviettes et 240 gants de toilette. Une 1ere entreprise lui propose un lot A comprenant 2 draps de bain , 4 serviettes et 8 gants pour 20 Francs. Une 2^{nde} entreprise vend pour 40 Francs un lot B de 3 draps de bains, 12 serviettes et 6 gants de toilettes.
Combien de lots doit-il acheter ?

EXERCICE 3 (Modélisation)

Une entreprise dispose de plusieurs dépôts (Di) contenant chacun un certain nombre de containers. Différents magasins (Mj) commandent des containers. On connaît le coût de transport de chaque dépôt aux magasins. exemple,
M1 M2 M3 Dépôt
D1 5 3 4 8
D2 6 7 2 9
Les demandes magasins sont 4, 5 et 8 containers.
Quelle est l'organisation des livraisons des containers pour minimiser le coût total de transport?

EXERCICE 4 (Modélisation)

On considère un réseau informatique de n ordinateurs. Les ordinateurs sont reliés entre eux par des liaisons diverses (câbles coaxiaux, fibres optiques, etc) qui ont des capacités de transfert (en mégaoctets/s) différentes. Soit $C(i; j) \geq 0$ la capacité de transfert du câble reliant l'ordinateur i à l'ordinateur j, pour tout i; j ∈2 {1,…n} (lorsqu'il n'y a pas de liaison entre i et j, on considèrera que

C(i; j) = 0). Sur une seconde, on cherche à déterminer quelle est le nombre maximal de mégaoctets que l'on peut transférer de l'ordinateur 1 à l'ordinateur n.
Écrivez le programme mathématique permettant de répondre à cette question. On supposera que le réseau est sûr et que les liaisons informatiques ne perdent jamais d'informations.

EXERCICE 5

La société X produit et commercialise deux sortes d'alcools. Elle achète des produits intermédiaires en citerne, les purifie par distillation, les mélange, met le produit final en bouteille sous son propre nom et les vend `a des distributeurs. L'un des produits est du bourbon et l'autre du whisky. Les ventes d'un produit sont indépendantes des ventes de l'autre et aucune limite des ventes n'a jamais été observée sur le marché ! Le bourbon demande 3 heures de machine par litre, mais à cause de contraintes supplémentaires de mélange, le whisky exige 4 heures de temps machine par litre. Une capacité totale de 20000 heures machine est disponible pour la période de production à venir. Une meilleure qualité rend les couts opératoires directs de \$3 pour le bourbon et de \$2 pour le whisky. La trésorerie disponible pour la période est de \$4000 et il est anticipé que 45% des ventes de bourbon et 30% des ventes de whisky durant la période à venir pourront être réinvesties pour financer la production. Tous les coûts directs doivent être payés durant la période. Le bourbon est vendu aux distributeurs \$5 par litre et le whisky \$4.5 par litre.
1- Un problème survint alors entre les directeurs de la production et du marketing pour déterminer quelles devraient être les quantités respectives de whisky et de bourbon à produire durant la période. Formuler le problème. Est-il possible d'atteindre un profit de \$10000 ?

2- Une dispute s'engage entre le directeur de la production et le trésorier. On pourrait ajouter 2000 heures machine en réparant certaines machines indisponibles pour \$250. En raison de leur âge ces machines seraient cependant hors d'usage à la fin de la période de production. Pensez-vous qu'il faut ou qu'il ne faut pas réparer les machines pour maximiser le profit de la société ?

EXERCICE 6 « Que la Force soit avec Vous »….pour modeler le monde

Han Solo réfléchit à la meilleure manière de remplir son Faucon Millenium, vaisseau spatial extrêmement rapide. Lui et son fidèle Chewbacca se sont vu offrir plusieurs cargaisons à transporter en tout ou partie depuis la planète Tatooine jusqu'à la planète Coruscant, la capitale de l'empire. La première cargaison à transporter est une série de pièces de seconde main pour vaisseau spatial. Cette cargaison, à destination d'un ferrailleur, comprend aussi bien des pièces encore fonctionnelles que des pièces endommagées: le ferrailleur n'est pas très regardant. Han profite d'ailleurs de ce type de cargaisons pour entretenir son vaisseau. Il remplace donc chaque pièce de son Faucon Millenium qui tombe en panne durant le voyage par une pièce de la cargaison. Dix pièces doivent être remplacées en moyenne lors de chaque parsec parcouru. La distance de Tatooine à Coruscant est de 12 parsecs. Chacune de ces pièces pèse en moyenne quatre kilos et à un volume de 0,01 mètre cube. 7500 pièces sont disponibles. Il est aussi possible a Han de convoyer une partie de la récolte de Owen Skywalker, un cultivateur local. Un kilo de cette récolte occupe 0,001 mètre cube. Cette cargaison est suffisamment volumineuse pour remplir plusieurs fois le Faucon Millenium. Enfin, Jabba le Hut, chef criminel de son état, souhaiterait que Han achemine pour lui quelques caisses d'objets illicites sur coruscant. En premier lieu, il y a cent caisses de bâtons de la mort pour quelques bars mal famés de la capitale de l'empire. Chaque caisse pèse 10 kilos et occupe un volume de 0,1 mètre cube. A côté de cela, cinquante caisses d'armes de contrebande peuvent être acheminées. Elles ont chacune un volume de 0,3 mètres cubes et un poids de 50 kilos. Le Faucon Millenium dispose de deux cales de 100 mètres cubes chacune (donc 200 mètres cubes au total). Afin qu'il demeure suffisamment rapide, la cargaison totale ne peut dépasser les 80 tonnes. Pour chacune de ces cales, sur les 100 mètres cubes, 5 mètres cubes sont en réalité des sas spéciaux qui, dans le cas d'un fort peu probable contrôle par les troupes de l'empire, peuvent être éventuellement vidés discrètement dans l'espace. On peut y stocker n'importe quoi mais il va de soi que toute la partie "illicite" de la cargaison (les armes et les bâtons de la mort) doit s'y trouver. Pour l´équilibrage du vaisseau, il est bon que le poids total placé dans chaque cale (et ceux compris les sas secrets) soit identique. Han sait que chaque pièce transportée pour le ferrailleur lui rapporte 10 crédits républicains. Le prix de transport pour la récolte est de 2 crédits par kilo. Jabba paie 50 crédits par caisse de bâtons de la mort transportée et 120 pour chaque caisse d'armes. Han se demande quelle(s) cargaison(s) transporter et en quelles quantités pour maximiser ses gains. Formuler le problème sans le résoudre

EXERCICE 7 (Simplexe)

Soit le programme linéaire P suivant :

$\text{Max } 2x1 + 3x2$

$\text{s.c. } -2x1 + x2 \leq 1$

$-x1 + x2 \leq 5/4$

$x1 \leq 1$

$x2 \leq 2$

$x1, x2 \geq 0$

1. Résoudre P à l'aide de l'algorithme du simplexe : à chaque itération, on fera entrer en base la variable candidate de plus petit indice